

Proof 8.53

1	Small(a) $\square$ Small(b)	
2	Small(b) $\square$ (SameSize(b,c) $\square$ Small(c))	
3	$\neg$ Small(a) $\square$ (Large(a) $\wedge$ Large(c))	
4	┌ SameSize(b,c)	
5	├ ┌ $\neg$ (Small(a) $\vee$ $\neg$ Small(a))	
6	│ │ ┌ Small(a)	
7	│ │ │ Small(a) $\vee$ $\neg$ Small(a)	$\vee$ Intro: 6
8	│ │ │ $\perp$	$\perp$ Intro: 5,7
9	│ │ $\neg$ Small(a)	$\neg$ Intro: 6-8
10	│ │ ┌ $\neg$ Small(a)	
11	│ │ │ Small(a) $\vee$ $\neg$ Small(a)	$\vee$ Intro: 10
12	│ │ │ $\perp$	$\perp$ Intro: 5, 11
13	│ │ $\neg\neg$ Small(a)	$\neg$ Intro: 10-12
14	│ │ Small(a)	$\neg$ Elim: 13
15	│ $\perp$	$\perp$ Intro: 9, 14
16	Small(a) $\vee$ $\neg$ Small(a)	$\vee$ Intro: 5-15
17	├ Small(a)	
18	Small(b)	$\square$ Elim: 1,17
19	SameSize(b,c) $\square$ Small(c)	$\square$ Elim: 2, 18
20	Small(c)	$\square$ Elim: 4, 19
21	Large(c) $\vee$ Small(c)	$\vee$ Intro: 20
22	├ $\neg$ Small(a)	
23	Large(a) $\wedge$ Large(c)	$\square$ Elim: 3, 22
24	Large(c)	$\wedge$ Elim: 23
25	Large(c) $\vee$ Small(c)	$\vee$ Intro: 24
26	Large(c) $\vee$ Small(c)	$\vee$ Elim: 16, 17-21, 22-25
27	SameSize(b,c) $\square$ (Large(c) $\vee$ Small(c))	$\square$ Intro: 4-26

Exercise 8.49

1	$(\text{Dodec}(a) \wedge \text{Dodec}(b)) \rightarrow (\text{SameCol}(a,c) \rightarrow \text{Small}(a))$	
2	$(\neg \text{SameCol}(b,c) \wedge \neg \text{Small}(b)) \rightarrow (\text{Dodec}(b) \wedge \neg \text{Small}(a))$	
3	$\text{SameCol}(a,c) \wedge \neg \text{SameCol}(b,c)$	
4	$\text{Dodec}(a)$	
5	$\neg \text{Small}(b)$	
6	$\neg \text{SameCol}(b,c)$	$\wedge$ Elim: 3
7	$\neg \text{SameCol}(b,c) \wedge \neg \text{Small}(b)$	$\wedge$ Intro: 5,6
8	$\text{Dodec}(b) \wedge \neg \text{Small}(a)$	$\rightarrow$ Elim: 2,7
9	$\text{Dodec}(b)$	$\wedge$ Elim: 8
10	$\text{Dodec}(a) \wedge \text{Dodec}(b)$	$\wedge$ Intro: 4,9
11	$\text{SameCol}(a,c) \rightarrow \text{Small}(a)$	$\rightarrow$ Elim: 1,10
12	$\text{SameCol}(a,c)$	$\wedge$ Elim: 3
13	$\text{Small}(a)$	$\rightarrow$ Elim: 11,12
14	$\neg \text{Small}(a)$	$\wedge$ Elim: 8
15	$\perp$	$\perp$ Intro: 13,14
16	$\text{Small}(b)$	$\neg$ Intro: 5-15
17	$\text{Dodec}(a) \rightarrow \text{Small}(b)$	$\rightarrow$ Intro: 4-16